

УДК 621.331

В. Г. КУЗНЕЦОВ, д-р техн. наук

К. А. КАЛАШНИКОВ, аспирант

Кафедра «Электроснабжение железных дорог», Днепропетровский университет железнодорожного транспорта им. ак. В. Лазаряна, г. Днепропетровск, E-mail: [vkuz@i.ua](mailto:vkuz@i.ua)

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ ДИСЛОКАЦИИ ПОЕЗДОВ МЕЖДУ ТЯГОВЫМИ ПОДСТАНЦИЯМИ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ В ТЯГОВОЙ СЕТИ

*В статье обсуждается влияние дислокации поездов на потери электричества в контактной линии, принимая во внимание пределы возможных значений расстояния между поездами. Предложено оптимальное расстояние между поездами, которое минимизирует потери энергии в контактной линии.*

*У статті обговорюється вплив дислокації поїздів на втрати електрики в контактній лінії, зважаючи на межі можливих значень відстані між поїздами. Запропонована оптимальна відстань між поїздами, яка мінімізує втрати енергії в контактній лінії.*

### Введение

В связи с тенденцией постоянного роста стоимости электроэнергии все более актуальной становится проблема энергосбережения в системах электроснабжения железнодорожного транспорта. Существующий потенциал энергосбережения на железнодорожных предприятиях позволяет повысить энергоэффективность работы системы тягового электроснабжения (СТЭ) [1,2].

Особенности работы СТЭ обуславливаются характером изменения нагрузок, потребляемых движущимися поездами. В процессе движения поездов меняется их дислокация между тяговыми подстанциями (ТП), их токи и скорости, так как каждый из них находится в данный момент на элементе профиля пути, оказывающем свое сопротивление движению. Все это вызывает изменение нагрузок ТП и влияет на величину потерь мощности в тяговой сети. Таким образом, определение оптимальной дислокации поездов между ТП по критерию минимума потерь мощности в тяговой сети является составной частью проблемы энергосбережения в СТЭ.

### Цель статьи

Определение оптимальной дислокации поездов между ТП по критерию минимума потерь мощности в тяговой сети.

### Основной материал

В работе [3] проведены исследования влияния дислокации различного количества поездов между ТП на потери мощности в тяговой сети. Однако, в данном исследовании не была решена задача оптимизации расстояний между поездами по критерию минимума потерь мощности в тяговой сети.

Решение задачи определения оптимальной дислокации поездов проведено на основе симплекс-метода Нелдера-Мида [4]. Рассмотрим поездную ситуацию, когда между ТП находится три поезда на примере Чаплинского участка Приднепровской железной дороги со следующими исходными данными (табл. 1):

Расстояние между ТП  $L = 18$  км.

Количество поездов  $N = 3$ .

Сопротивление контактной сети  $r = 0,07$  Ом/км.

Дислокация первого поезда  $y_0 = 0,1$  км.

Минимальное межпоездное расстояние  $l_{\min} = 1$  км.

Схема питания – двухсторонняя.

Таблица 1

Дислокация поездов на участке и потребляемые токи

Дислокация поездов	Расстояние $l_i$ , км	Токи $I(l_i)$ , А
$l_1 = y_0$	0,1	964
$l_2 = y_0 + y_1$	1,25	1460
$l_3 = y_0 + y_1 + y_2$	2,54	1721

Пусть на участке три поезда находятся на расстояниях от начала  $l_1, l_2, l_3$ .

Обозначим через  $y_i$  расстояние между  $i$ -м и  $i+1$ -м поездами. Тогда:

$y_1 = l_2 - l_1$  - расстояние между 1 и 2 поездом;

$y_2 = l_3 - l_2$  - расстояние между 2 и 3 поездом;

и  $y_0 = l_1$  - расстояние между началом участка и 1 поездом (рис. 1).

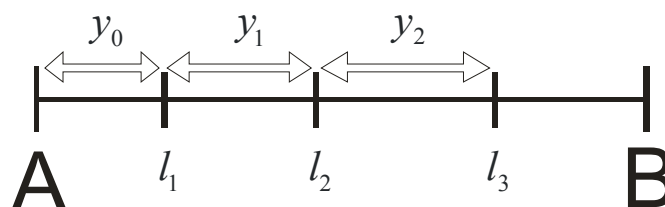


Рис.1. Дислокация 3-х поездов между тяговыми подстанциями

Определим целевую функцию следующим образом:

$$C = f(\Delta P) \rightarrow \min, \quad (1)$$

Потери мощности определяются по формуле [3]:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^n \Delta U_i I_i, \quad (2)$$

где  $n$  – общее количество поездов, находящихся на участке;

$\Delta U_i$  – падение напряжения в тяговой сети до токоприемника  $i$  поезда;

$I_i$  – ток  $i$ -го поезда.

Ограничения, накладываемые на эти расстояния:

$$y_0 + \sum_{i=1}^2 y_i \leq L; \quad (3)$$

$$\min_{1 \leq i \leq 2} y_i \geq l_{\min} \quad (4)$$

где  $L$  – расстояние между ТП;

$l_{\min}$  – минимальное расстояние между поездами по условиям безопасности движения, согласно [5].

Построим область допустимых значений расстояний между поездами с учетом ограничений (3), (4).

Полагаем местоположение первого поезда  $y_0 = l_1$  заданным. Будем откладывать по оси ОХ расстояния между 1-м и 2-м поездом  $y_1$ , а по оси ОУ – расстояния между 2-м и 3-м поездом  $y_2$ . Значения  $y_1$  и  $y_2$  не могут быть меньше минимального расстояния между поездами по условиям безопасности движения –  $l_{\min}$ , что на графике отражают прямые

$y_1 = l_{\min}$  и  $y_2 = l_{\min}$ . Кроме того, сумма расстояний между 1-м, 2-м и 3-м поездами не должна превышать длины участка  $L$ . Получаем:

$$\sum_{i=1}^2 y_i \leq L - y_0; \quad (5)$$

$$y_1 + y_2 \leq L - y_0 \quad (6)$$

Так как зависимость между  $y_1$  и  $y_2$  линейная, для построения ограничения достаточно двух точек.

Пусть  $y_2 = l_{\min}$ , тогда  $y_1 = L - y_0 - l_{\min}$ . Получаем точку  $C_1(y_1^1, y_2^1)$ .

Пусть  $y_1 = l_{\min}$ , тогда  $y_2 = L - y_0 - l_{\min}$ . Получаем точку  $C_2(y_1^2, y_2^2)$ .

Через полученные точки проводим прямую, пересекающую координатные оси в точках  $y_1 = L - y_0$  и  $y_2 = L - y_0$  (рис.2). Область допустимых значений расстояний между поездами  $D$  показана на рис. 3.

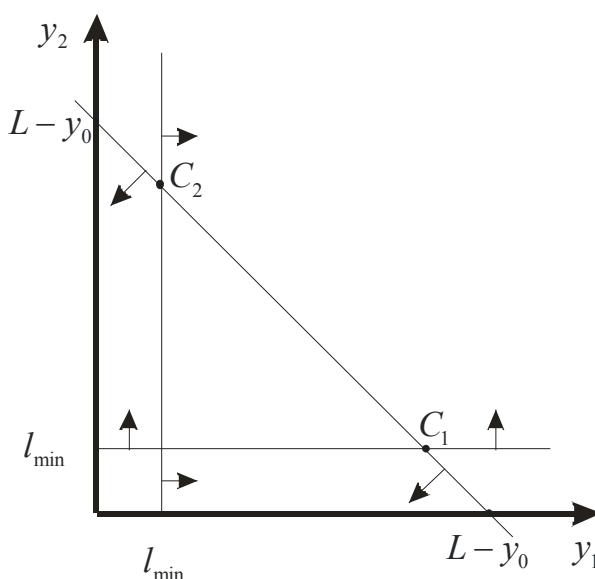


Рис. 2. Принцип построения симплекса для трех поездов между тяговыми подстанциями

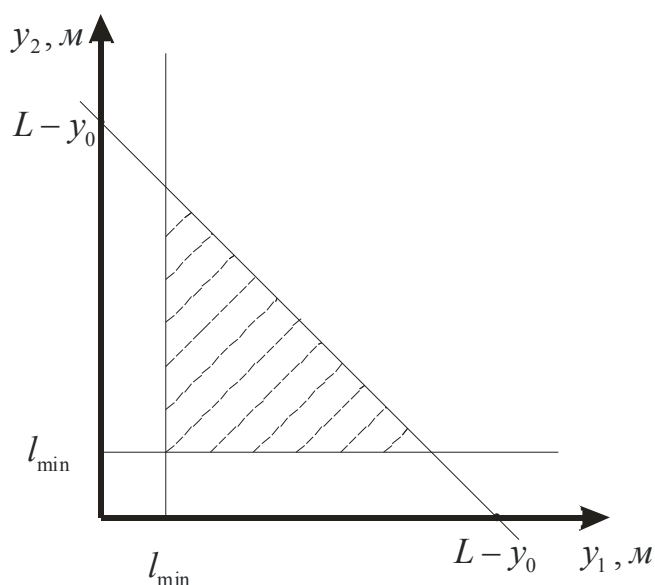


Рис. 3. Область допустимых значений расстояний между поездами в двумерном Эвклидовом пространстве

На указанной области необходимо найти минимум функции:

$$\Delta P = f(y_1, y_2) \rightarrow \min$$

Для построения симплекса на заданной области двумерного Евклидова пространства  $E^2$  необходимо выполнить несколько шагов:

**1 Шаг.** Строим правильный симплекс с ребром равным единице и центром масс в начале координат. На плоскости для его построения необходимы значения радиуса вписанной и описанной около равностороннего треугольника окружностей:

$$r_1 = \frac{\sqrt{3}}{6} a; \quad (7)$$

$$R_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} a. \quad (8)$$

где  $a = 1$  – длина стороны треугольника  $\Delta A_1 A_2 A_3$ .

Используя процедуру расчета координат вершин симплекса получаем результаты, приведенные в табл. 2.

Таблица 2  
Координаты вершин симплекса

	$y_1$	$y_2$
$A_1$	$-r_1$	$-r_2$
$A_2$	$R_1$	$-r_2$
$A_3$	0	$R_2$

где  $r_1$  и  $R_1$  – радиусы одномерного симплекса с ребром равным 1. Эти радиусы равны  $\frac{1}{2}$ .

Определяем координаты вершин симплекса, вычисленные значения приведены в табл. 3.

Таблица 3  
Значения координат вершин симплекса

	$y_1$	$y_2$
$A_1$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{6}$
$A_2$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{6}$
$A_3$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

**2 Шаг.** Определяем начальную точку  $x_0$  и длину ребра симплекса  $a$ .

В качестве центра исходного симплекса принимаем точку  $x_0(y_1^0, y_2^0)$  с координатами  $y_1^0 = 1,5$  и  $y_2^0 = 1,5$ .

Начальную длину ребра принимаем равной  $a = 0,7$ .

**3 Шаг.** Строим симплекс на заданной области с помощью данных, полученных ранее (на 1 шаге и 2 шаге).

Обозначим симплекс на ограниченной области через  $Y$ . Координаты его вершин вычисляются по формуле:

$$Y[i, j] = y_0[j] + a \cdot A[i, j], \quad i = \overline{1, 3}, j = \overline{1, 2}.$$

Получаем матрицу  $Y$ , в которой  $i$  – номер вершины ( $A_1$ ,  $A_2$  или  $A_3$ ),  $j$  – номер координаты ( $y_1$  или  $y_2$ ).

Для трех поездов на участке получим следующий исходный симплекс:

$$Y[1, 1] = 1,5 + 0,7 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 1,15,$$

$$Y[1, 2] = 1,5 + 0,7 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{6}\right) = 1,298,$$

$$Y[2, 1] = 1,5 + 0,7 \cdot \frac{1}{2} = 1,85,$$

$$Y[2, 2] = 1,5 + 0,7 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{6}\right) = 1,298,$$

$$Y[3, 1] = 1,5 + 0,7 \cdot 0 = 1,5,$$

$$Y[3, 2] = 1,5 + 0,7 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 1,904.$$

Таким образом, получаем координаты точек на плоскости для построения исходного симплекса (рис.4):  $Y_1(1,15; 1,298)$ ,  $Y_2(1,85; 1,298)$ ,  $Y_3(1,5; 1,904)$ .

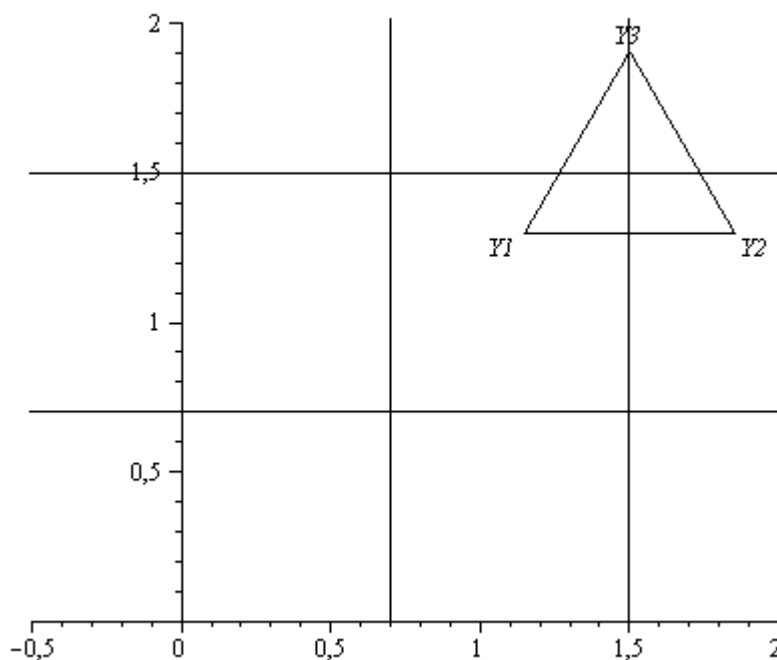


Рис. 4. Пример построения исходного симплекса для 3-х поездов между тяговыми подстанциями

**4 Шаг.** Проверяем построенный симплекс на принадлежность области допустимых значений. Исходный симплекс полностью принадлежит области  $D$  и в проектировке не нуждается.

В дальнейшем, если необходимо, после отображения деформируем симплекс таким образом, чтобы он не выходил из области допустимых значений расстояний между поездами.

Если при построении симплекса была получена точка  $YI$ , не принадлежащая заданной области, необходимо выполнить проектирование.

Проекция точки  $YI$  должна удовлетворять условию:

$$\rho(Y, YI) = \min_{Y \in D} \rho(Y, YI) \quad (9)$$

где  $\rho(Y, YI)$  – расстояние между точками  $Y$  и  $YI$ ;

$D$  – область допустимых значений  $(y_1, y_2)$ .

Процедура проектирования заключается в следующем.

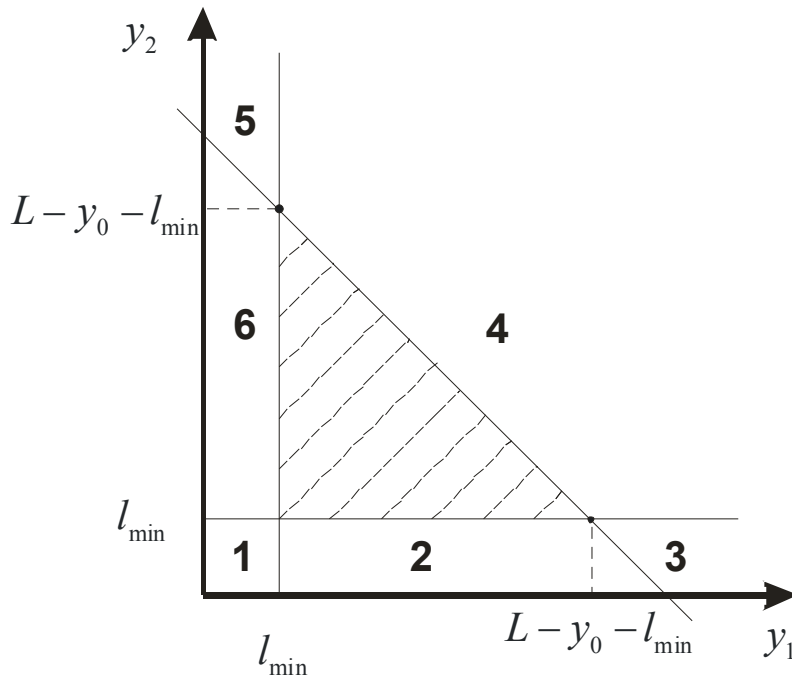


Рис. 5. Процесс проектирования симплекса для трех поездов между тяговыми подстанциями

Область, находящаяся за рамками области  $D$ , условно разбивается на 6 частей (рис.5). Каждая точка  $YI(y_1, y_2) \notin D$  анализируется и, в зависимости от области (части плоскости, в которой она находится), выполняется проектирование:

1. Если точка  $YI(y_1, y_2)$  находится в секторе «1», то ее проекция будет иметь координаты:  $Y(l_{\min}, l_{\min})$

2. Если точка  $YI(y_1, y_2)$  находится в секторе «2», то ее проекция будет иметь координаты:  $Y(y_1, l_{\min})$

3. Если точка  $YI(y_1, y_2)$  находится в секторе «3», то ее проекция будет иметь координаты:  $Y(L - y_0 - l_{\min}, l_{\min})$

4. Если точка  $YI(y_1, y_2)$  находится в секторе «4», то ее проекция будет иметь координаты:  $Y(\bar{y}_1, \bar{y}_2)$ , где  $\bar{y}_1 = \frac{L - y_0 + y_1 - y_2}{2}$ ;  $\bar{y}_2 = \frac{L - y_0 + y_2 - y_1}{2}$

5. Если точка  $YI(y_1, y_2)$  находится в секторе «5», то ее проекция будет иметь координаты:  $Y(l_{\min}, L - y_0 - l_{\min})$

6. Если точка  $Y_1(y_1, y_2)$  находится в секторе «б», то ее проекция будет иметь координаты:  $Y(l_{\min}, y_2)$

После построения симплекса, необходимо определить значение функции потерь мощности в каждой вершине. В результате расчетов по методике [3] получены следующие данные:

- токи фидеров  $I_A = 3804 \text{ А}$ ,  $I_B = 341 \text{ А}$ ;
- падения напряжения  $\Delta U_1 = 26,6 \text{ В}$ ,  $\Delta U_2 = 306 \text{ В}$ ,  $\Delta U_3 = 369,6 \text{ В}$ ;
- потери мощности в тяговой сети  $\Delta P(Y_1) = 1109 \text{ кВт}$ ,  $\Delta P(Y_2) = 1682 \text{ кВт}$ ,  $\Delta P(Y_3) = 1628 \text{ кВт}$ .

Далее определяем такую вершину, в которой значение функции потерь мощности в тяговой сети будет максимально. То есть решаем задачу:

$$C_j = \max_{1 \leq i \leq 3} \{\Delta P(Y_i)\}$$

$$C_j = \max \{1109000; 1682000; 1628000\}$$

И тем самым определяем номер  $j$  вершины симплекса  $Y$ , от которой необходимо уходить. В нашем случае это будет вершина  $Y_2$ , в которой мгновенные потери мощности составляют 1682 кВт при дислокации поездов - 1,85 км между 1 и 2; 1,29 км между 2 и 3. Первый поезд находится на расстоянии 0,1 км от начала участка.

Вершину  $Y_2$  отражаем относительно  $Y_1 Y_3$  и получаем новую точку  $\bar{Y}_{22}(0,8; 1,9)$  (рис.6 а).

Данная точка не принадлежит области допустимых значений т.к. ее первая координата показывает, что расстояние между первым и вторым поездом равно 0,8 км, что меньше минимально допустимого.

Выполним новое проектирование. Согласно правилам проектирования, описанным выше, координаты новой точки будут следующими:

$$\bar{Y}_2(l_{\min}; y_2) = \bar{Y}_2(1; 1,9)$$

Получаем новый симплекс (рис.6 б).

В новой вершине значение  $\Delta P(\bar{Y}_2) = 995 \text{ кВт}$ .

Далее снова решаем задачу  $C_j = \max_{1 \leq i \leq 3} \{\Delta P(Y_i)\}$  и уходим от новой вершины с  $\max \Delta P$ .

Этот процесс продолжаем  $n$  раз. В данном примере мы взяли число отражений  $n = 3$ .

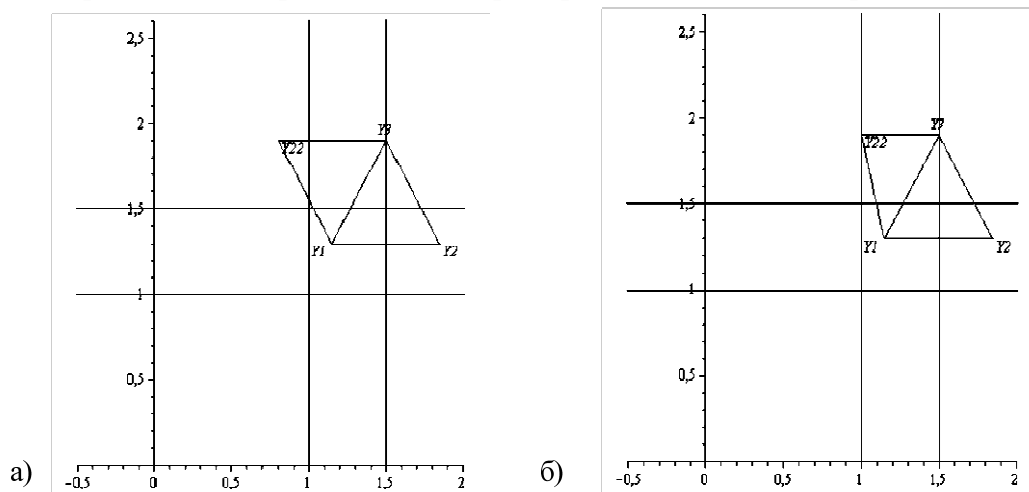


Рис. 6. Пример процесса проектирования симплекса для трех поездов между тяговыми подстанциями: а) первое отражение; б) второе отражение

Затем определяем центр масс последнего симплекса и строим новый симплекс с центром в этой точке, но размера меньшего (рис.7), при условии:

$$a := \lambda \cdot a; \quad (10)$$

где  $0 < \lambda < 1$ .

В данном примере мы взяли параметр уменьшения симплекса  $\lambda = 0.9$ .

И данный процесс оканчиваем, когда размер симплекса  $a$  становится меньше заданной величины  $\varepsilon$  (в нашем случае она принята равной 1 км).

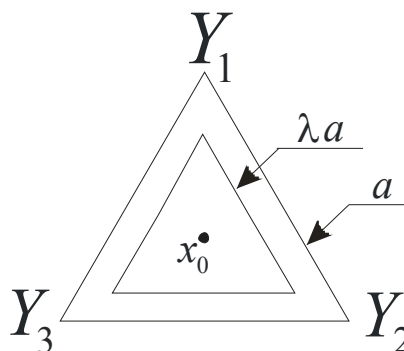


Рис. 7. Условие окончания проектирования

Для примера с 3-мя поездами между ТП и дислокацией первого поезда равным 0,1 км от подстанции А, с помощью симплекс-метода поиска минимума функции потерь мощности были получены следующие результаты: минимальные потери мощности в тяговой сети составляют  $\Delta P_{\min} = 656 \text{ кВт}$ .

Они достигаются при расстояниях  $y_1 = 1$  км и  $y_2 = 1,2$  км. Т.е., вектор расстояний между поездами имеет вид  $Y = [0,1;1,2]$ .

Далее, изменяя местоположение первого поезда и используя симплекс-метод, мы расставляем три поезда на участке таким образом, чтобы суммарные потери мощности в тяговой сети были минимальными.

Рассмотрим поездную ситуацию, когда между ТП находится четыре поезда на примере двухсторонней схемы питания со следующими исходными данными (табл. 4):

Расстояние между ТП  $L = 18$  км.

Дислокация первого поезда  $y_0 = 0,1$  км.

Количество поездов  $N = 4$ .

Сопротивление контактной сети  $r = 0,07$  Ом/км.

Схема питания – двухсторонняя.

Таблица 4

Дислокация поездов на участке и потребляемые токи

Дислокация поездов	Расстояние $l_i$ , км	Токи $I(l_i)$ , А
$l_1 = y_0$	0,1	964
$l_2 = y_0 + y_1$	1,25	1460
$l_3 = y_0 + y_1 + y_2$	2,54	1721
$l_4 = y_0 + y_1 + y_2 + y_3$	3,9	1771

В случае одновременного нахождения на участке 4 поездов получаем (рис. 8):

$y_0 = l_1$  – расстояние между началом участка и 1 поездом;

$y_1 = l_2 - l_1$  – расстояние между 1 и 2 поездом;

$y_2 = l_3 - l_2$  – расстояние между 2 и 3 поездом;



$y_3 = l_4 - l_3$  – расстояние между 2 и 3 поездом.

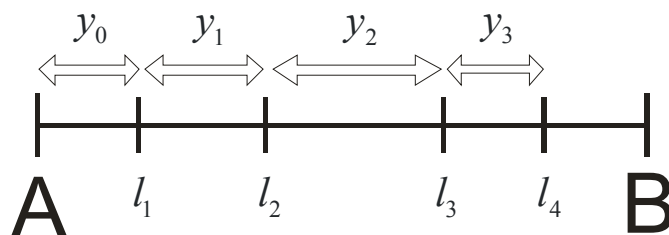


Рис. 8. Дислокация 4-х поездов между тяговыми подстанциями

Ограничения (3), (4) в пространстве представляют собой плоскости. Областью допустимых значений будет часть пространства, ограниченная данными плоскостями (рис. 9).

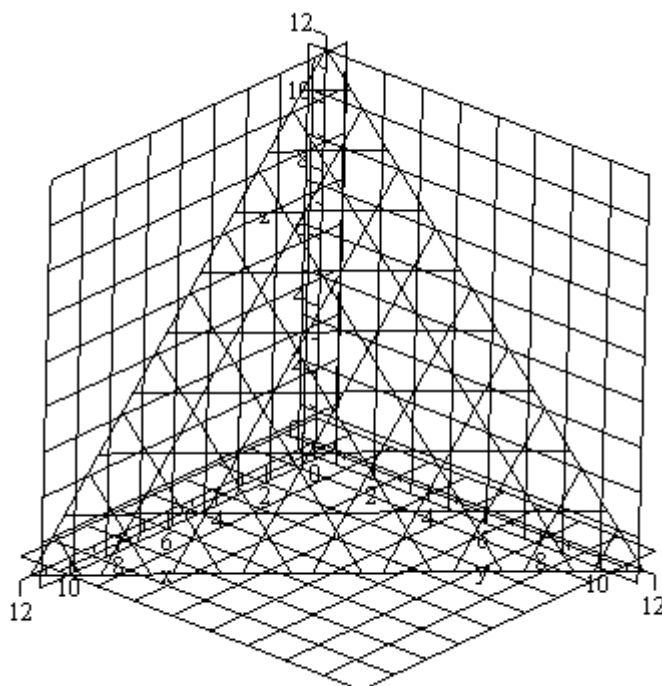


Рис. 9. Область допустимых значений расстояний между 4-мя поездами в трехмерном пространстве

Уравнения плоскостей имеют вид:

$$(L - y_0 - l_{\min})y + l_{\min}^2 + y_0 - L \cdot l_{\min} = 0 \text{ или } y = l_{\min};$$

$$(L - y_0 - l_{\min})x + l_{\min}^2 + y_0 - L \cdot l_{\min} = 0 \text{ или } x = l_{\min};$$

$$(L - y_0 - l_{\min})z + l_{\min}^2 + y_0 - L \cdot l_{\min} = 0 \text{ или } z = l_{\min};$$

$$x + y + z + y_0 - L = 0;$$

$$16,9y - 16,9 = 0 \text{ или } y = 1;$$

$$16,9x - 16,9 = 0 \text{ или } x = 1;$$

$$16,9z - 16,9 = 0 \text{ или } z = 1;$$

$$x + y + z - 17,9 = 0.$$

Симплекс на данной области будет представлять собой правильный тетраэдр с ребром  $a = 0,7$  и центром в точке  $x_0(1,5; 1,5; 1,5)$ .

Координаты вершин симплекса вычисляются по формуле:

$$Y[i, j] = y_0[j] + a \cdot A[i, j], \quad i = \overline{1, 4}, j = \overline{1, 3}.$$

В результате вычислений получаем координаты 4-х вершин для построения исходного симплекса (рис.10):

$$Y_1(1,15;1,2979;1,3571);$$

$$Y_2(1,85;1,2979;1,3571);$$

$$Y_3(1,5;1,9042;1,3571);$$

$$Y_4(1,5;1,5;1,9287).$$

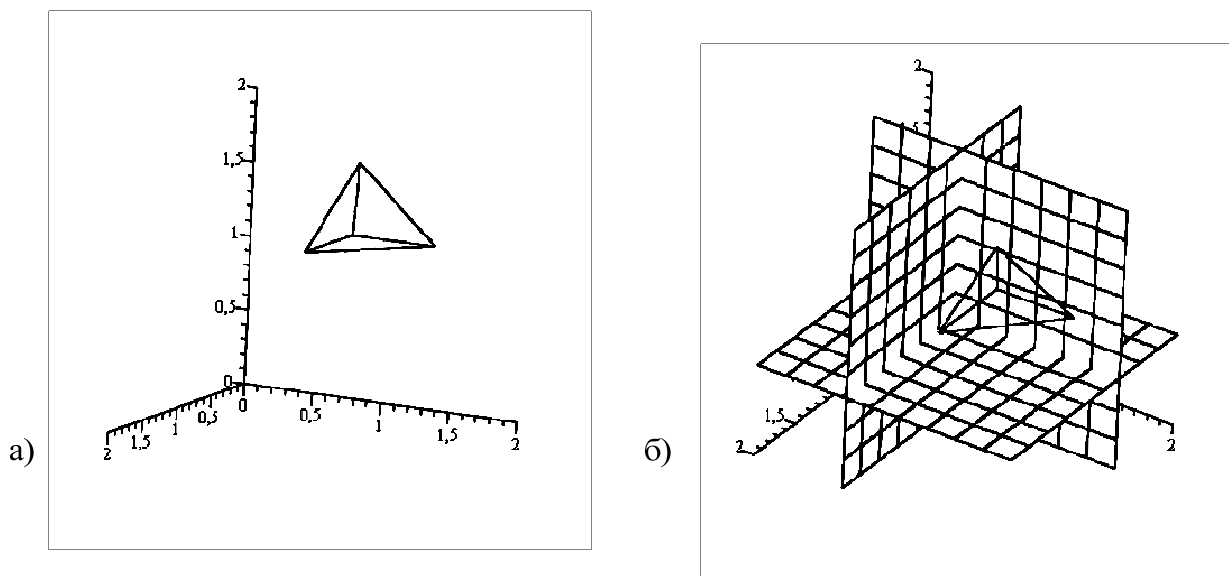


Рис. 10. Пример построения симплекса для 4-х поездов между тяговыми подстанциями: а) исходный симплекс, б) симплекс с учетом ограничений

Полученный исходный симплекс полностью принадлежит области Д. После построения симплекса, необходимо определить значение функции в каждой вершине. В результате расчетов по методике [3] получены следующие данные:

- токи фидеров  $I_A = 5183 \text{ A}$ ,  $I_B = 733 \text{ A}$ ;
- падения напряжения  $\Delta U_1 = 36,28 \text{ В}$ ,  $\Delta U_2 = 453,51 \text{ В}$ ,  $\Delta U_3 = 921,54 \text{ В}$ ,  $\Delta U_4 = 723,47 \text{ В}$ ;
- потери мощности в тяговой сети при расстояниях между поездами  $[0.1; 1.15; 1.29; 1.36]$   
 $\Delta P(Y_1) = 3565 \text{ кВт}$ ,  $\Delta P(Y_2) = 4851 \text{ кВт}$ ,  $\Delta P(Y_3) = 4523 \text{ кВт}$ ,  $\Delta P(Y_4) = 4611 \text{ кВт}$ .

Максимальное значение функции достигается в вершине  $Y_2(1,85;1,2979;1,3571)$ . Т.е. при данных расстояниях между поездами потери мощности в тяговой сети будут максимальными.

Далее отражаем вершину  $Y_2$  относительно плоскости  $Y_1Y_3Y_4$  и получаем новую точку  $\bar{Y}_2$ . Схематично процесс проецирования показан на рис.11.

Для нового симплекса  $Y_1\bar{Y}_2Y_3Y_4$  выполняем следующие операции:

1. Проверка симплекса на принадлежность области Д.
2. Вычисление значений функции в вершинах симплекса.
3. Нахождение вершины, в которой значение функции максимально.
4. Построение проекции этой вершины.
5. Замена в симплексе вершины с максимальным значением функции на ее проекцию и возврат к п.1.

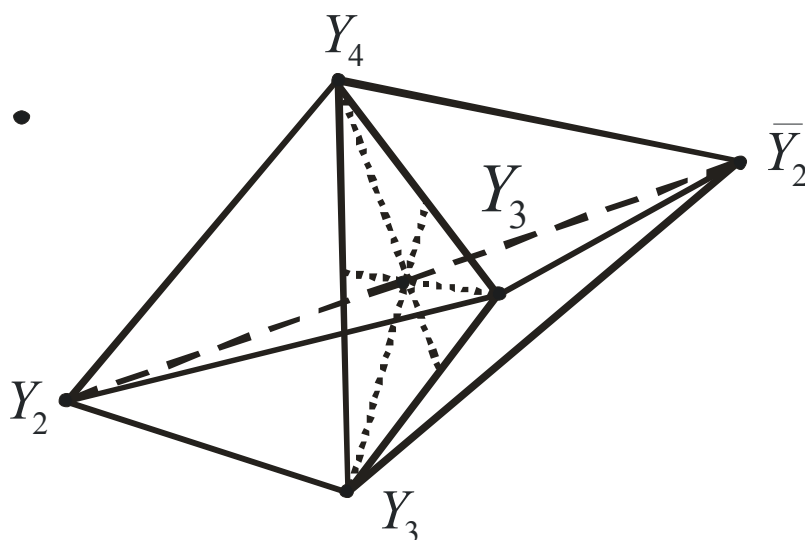


Рис. 11. Процесс проектирования симплекса для 4-х поездов между тяговыми подстанциями

Данные операции повторяются заданное количество раз. В данном примере  $n = 3$ . Затем симплекс уменьшается на 10 %. Когда размер симплекса станет меньше заранее заданного параметра  $\varepsilon = 1$  вычисления завершаем.

Для примера с 4-мя поездами между ТП и месторасположением первого поезда равным 0,1 км от подстанции А, с помощью симплекс-метода поиска минимума функции потерь мощности были получены следующие результаты: минимальные потери мощности в тяговой сети составляют  $\Delta P_{\min} = 2716$  кВт. Они достигаются при расстояниях  $y_1 = 1,1$  км,  $y_2 = 1,1$  км,  $y_3 = 1,6$  км. Вектор расстояний между поездами имеет вид  $Y = [0,1; 1,1; 1,1; 1,6]$ .

### Выводы

1. На основе симплекс-метода Нелдера-Мида решена задача определения оптимальной дислокации поездов между тяговыми подстанциями по критерию минимума потерь мощности в тяговой сети.

2. Для рассматриваемого участка Приднепровской железной дороги минимальные потери мощности в тяговой сети для 3-х поездов между тяговыми подстанциями составили  $\Delta P_{\min} = 656$  кВт. Данные результаты достигаются при расстояниях между поездами  $y_1 = 1$  км и  $y_2 = 1,2$  км. Вектор расстояний между поездами имеет вид  $Y = [0,1; 1; 1,2]$ . Для 4-х поездов между тяговыми подстанциями минимальные потери мощности в тяговой сети составили  $\Delta P_{\min} = 2716$  кВт. Данные результаты достигаются при расстояниях между поездами  $y_1 = 1,1$  км,  $y_2 = 1,1$  км,  $y_3 = 1,6$  км. Вектор расстояний между поездами имеет вид  $Y = [0,1; 1,1; 1,1; 1,6]$ .

### Список литературы

1. Кузнецов В. Г. Розвиток теоретичних основ енергозбереження в системах електропостачання тяги поїздів постійного струму: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.22.09 / Кузнецов Валерій Геннадійович; [ДНУЗТ]. – Д.: 2012. – 35 с.
2. Мямлін С. В. Аспекти політики енергозбереження в тягових системах залізничного транспорту / С. В. Мямлін, В. Г. Кузнецов, В. Г. Сиченко // Матеріали 1-й Міжнародної науково-практ. конф. «Енергосбереження на залізничному транспорті», 2010, Мисхор. – Д.: ДНУЗТ, 2010. – С. 13–18.
3. Марквардт К. Г. Электроснабжение электрифицированных железных дорог [Текст] / К. Г. Марквардт. – М.: Транспорт, 1982. – 528 с.

4. Пантелеев А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах [Текст] / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. – М.: Высшая школа, 2005. – 544 с.
5. Правила технічної експлуатації залізниць України / Київ: 2002 р.

**DETERMINATION OF THE OPTIMUM LOCATION OF TRAINS BETWEEN  
TRACTION SUBSTATIONS BASED ON THE MINIMUM OF POWER LOSS IN THE  
TRACTION NETWORK**

V. G. KUZNETSOV, Doctor of Engineering, Professor  
K. A. KALASHNIKOV, Post graduate student

*The article discusses the influence of the location of trains on electricity losses in the contact line in view of the range of the eventual distance values between trains. The optimum distance between trains minimizing the power loss in the contact line was suggested.*

**Key words:** *losses of electric power, dislocation of trains, contact line, optimal distance between trains.*

Поступила в редакцию 20.03.2013 г.